

- MIXTURE DISTRIBUTIONS (PROBABILITY THEORY) Urfa
- RELIABILITY e

ESTIMASI PARAMETER DISTRIBUSI MIXTURE PARETO DAN RELIABILITASNYA

SKRIPSI



LAILY URFA

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS AIRLANGGA
SURABAYA
2005**

ESTIMASI PARAMETER DISTRIBUSI *MIXTURE* PARETO DAN RELIABILITASNYA

SKRIPSI

**Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
Bidang Matematika di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Airlangga**

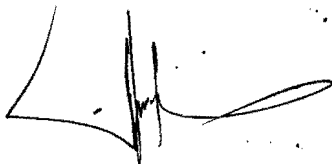
Oleh :

LAILY URFA
NIM : 080012150

Tanggal Lulus : 06 April 2005

Disetujui Oleh :

Pembimbing I



TOHA SAIFUDIN, S.Si., M.Si.
NIP 132 230 838

Pembimbing II



Drs. ETO WURYANTO, DEA
NIP 131 933 015

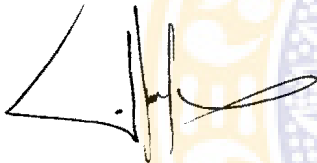


LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

Judul : **Estimasi Parameter Distribusi *Mixture* Pareto dan Reliabilitasnya**
Penyusun : **Laily Urfa**
NIM : **080012150**
Tanggal Ujian : **06 April 2005**

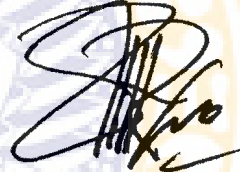
Disetujui Oleh :

Pembimbing I,



Toha Saifudin, S.Si., M.Si.
NIP. 132 230 838

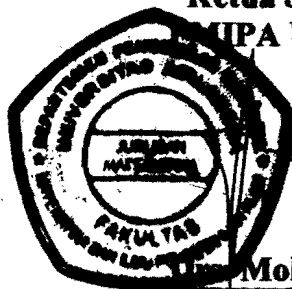
Pembimbing II,



Drs. Eto Wuryanto, DEA.
NIP. 131 933 015

Mengetahui,

Ketua Jurusan Matematika
MIPA Universitas Airlangga



Moh. Imam Utoyo, M.Si.
NIP. 131 801 397

Laily Urfa, 2005. Estimasi Parameter Distribusi *Mixture* Pareto dan Reliabilitasnya. Skripsi ini di bawah bimbingan Toha Saifudin, S.Si,M.Si. dan Drs. Eto Wuryanto,DEA Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Airlangga.

ABSTRAK

Skripsi ini bertujuan untuk mengestimasi parameter dari distribusi *mixture* Pareto dan reliabilitasnya dengan menggunakan Algoritma EM (Ekspektasi-Maksimasi). Algoritma EM merupakan suatu algoritma didalam memaksimumkan fungsi likelihood melalui proses iteratif pada persoalan optimasi MLE (Maksimum Likelihood Estimator).

Proses iterasi dari Algoritma EM dalam 2 tahap, Tahap Ekspektasi dan Tahap Maksimasi. Pada tahap ekspektasi yang diperlukan adalah menentukan ekspektasi bersyarat dari log likelihood data lengkap sedangkan pada tahap maksimasi yang diperlukan adalah mendapatkan estimator dari parameter-parameter distribusi *mixture* Pareto dengan cara memaksimumkan $L(\hat{\psi}_i^{(q)})$. Metode yang digunakan dalam menentukan nilai awal pada Algoritma EM adalah Metode Momen.

Implementasi Algoritma EM menggunakan program S-Plus. Data yang digunakan adalah data *generate* dimana untuk sub-populasi pertama $\alpha_1 = 2$; $\beta_1 = 1000$, $n_1 = 100$ dan untuk sub-populasi kedua $\alpha_2 = 5$; $\beta_2 = 1000$, $n_2 = 100$, banyaknya replikasi adalah 2 kali. Nilai estimator yang memaksimumkan $L(\hat{\psi}_i^{(q)})$ didapatkan pada hasil replikasi pertama dimana $\hat{p}_1 = 0.026821916$; $\hat{\alpha}_1 = 1.802928$; $\hat{\beta}_1 = 530.63209$ dan $\hat{p}_2 = 0.9731781$; $\hat{\alpha}_2 = 1.574907$; $\hat{\beta}_2 = 460.4561$ sehingga nilai dugaan fungsi reliabilitas *mixture* Pareto 2 sub-populasi adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\hat{R}_{mx}(t) &= \hat{p}_1 \left(\frac{\hat{\beta}_1}{\hat{\beta}_1 + t} \right)^{\hat{\alpha}_1} + \hat{p}_2 \left(\frac{\hat{\beta}_2}{\hat{\beta}_2 + t} \right)^{\hat{\alpha}_2} \\ &= 0.026821916 \left(\frac{530.63209}{530.63209 + t} \right)^{1.802928} + 0.9731781 \left(\frac{460.4561}{460.4561 + t} \right)^{1.574907}\end{aligned}$$

Kata kunci : Distribusi *Mixture* Pareto, Maksimum Likelihood Estimator, Algoritma EM, Reliabilitas.

Laily Urfa, 2005. The parameters estimation and reliability of pareto mixture distribution. This *skripsi* is under guidance of Toha Saifudin, S.Si,M.Si. and Drs. Eto Wuryanto,DEA, Mathematics Major Subject of Mathematics and Natural Science Faculty, Airlangga University.

ABSTRACT

The aim of this *Skripsi* is to estimate parameter of the Pareto mixture distribution and it's reliability use the EM algorithm. The EM algorithm is algorithm to maximizing likelihood function through iterative computation of maximum likelihood estimates (MLE).

The EM algorithm proceeds iteratively in two steps: expectation step (E-step) and maximization step (M-step). The E-step requires the calculation of the conditional expectation of the complete-data log likelihood and the M-step needs the computation of the estimators by maximization $L(\hat{\psi}_i^{(q)})$. The moment methods is used for selecting initial values for EM algorithm.

Implementation of EM algorithm use S-Plus program. Data is generated by computer program with $\alpha_1 = 2$; $\beta_1 = 1000$, $n_1 = 100$ for the first sub-population and the second sub-population are $\alpha_2 = 5$; $\beta_2 = 1000$, $n_2 = 100$, the number of replications is 2. Estimator values that maximizing $L(\hat{\psi}_i^{(q)})$ were found in first replications where $\hat{p}_1 = 0.026821916$; $\hat{\alpha}_1 = 1.802928$; $\hat{\beta}_1 = 530.63209$ dan $\hat{p}_2 = 0.9731781$; $\hat{\alpha}_2 = 1.574907$; $\hat{\beta}_2 = 460.4561$ and it's reliability function is :

$$\begin{aligned}\hat{R}_{mix}(t) &= \hat{p}_1 \left(\frac{\hat{\beta}_1}{\hat{\beta}_1 + t} \right)^{\hat{\alpha}_1} + \hat{p}_2 \left(\frac{\hat{\beta}_2}{\hat{\beta}_2 + t} \right)^{\hat{\alpha}_2} \\ &= 0.026821916 \left(\frac{530.63209}{530.63209 + t} \right)^{1.802928} + 0.9731781 \left(\frac{460.4561}{460.4561 + t} \right)^{1.574907}\end{aligned}$$

Keyword : Pareto mixtures distribution, maximum likelihood estimates (MLE), EM Algorithm, Reliability.